

Метод конечных элементов (МКЭ) – Введение

Задача данного инженерного руководства - разъяснить основные термины в конкретной области задач и практического применения программы GEO 5 – МКЭ, реализующего метод конечных элементов для решения геотехнических задач.

Программа GEO 5 – МКЭ позволяет моделировать различные виды задач и выполнять их расчет. В этом руководстве описаны некоторые основные термины и общий порядок работы, более подробно отдельные расчетные модули описаны в следующих главах.

По **типу задач** программа Geo 5 – МКЭ выделяет два основных случая:

- **плоская задача**: этот расчетный модуль используется для расчета линейных сооружений (тоннелей, насыпей, траншей, дамб и т.д.), чья длина на порядок больше ширины расчетной области.

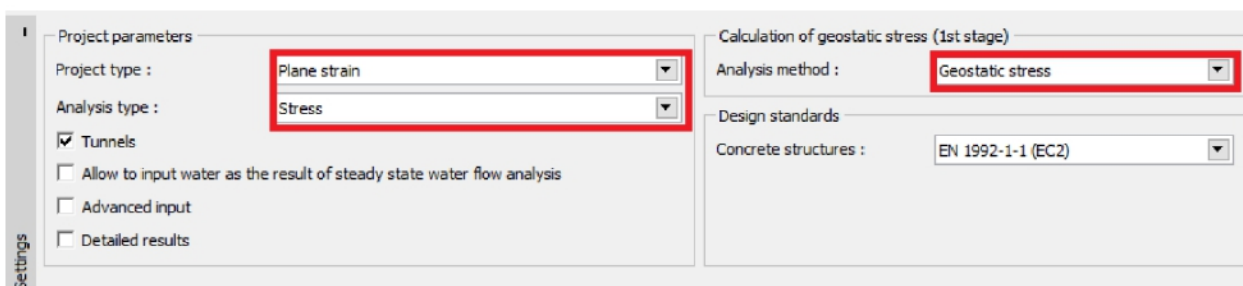
В таких случаях расчет относится к 1 п.м. сооружения и задача решается *исходя из предположения плоской деформации*. Деформациями в плоскостях, параллельных продольной оси сооружения, в этом случае можно пренебречь. Таким образом, развитие деформаций и напряжений в массиве рассматривается только в плоскости, перпендикулярной продольной оси, а также нормальных напряжений в продольном направлении, возникающих вследствие деформаций уплотнения в перпендикулярном направлении. В случае балочных элементов решение выполняется для полосы шириной 1 м (более подробная информация в Справке – F1).

- **осевая симметрия**: этот расчетный модуль применим для расчета осесимметричных задач. Данное предположение (осесимметричность) должно удовлетворяться как геометрической формой сооружения, так и нагрузкой. В качестве примера можно привести расчет вертикально загруженной одиночной сваи, круглого котлована или откачки грунтовой воды из скважины круглого сечения.

Как и в случае плоской деформации, это случай трехмерной задачи, который, однако, может быть приведен к плоской задаче. Решение выполняется для дуги, угловой размер которой составляет 1 рад, а радиус – $x(r)$. Ось симметрии всегда совпадает с началом координаты $x(r)$. Сдвиговыми составляющими деформации в направлении вращения можно пренебречь. Изменение тангенциальных компонент напряжений и деформаций учитывается, как и компоненты напряжений и деформаций в поперечном сечении (более подробная информация в Справке – F1).

С точки зрения **типа расчета**, программа позволяет проводить расчеты с использованием следующих самостоятельных модулей:

- **напряжения**: модуль предназначен для решения основных геотехнических задач в грунтовой среде и скальных массивах (например, для определения вертикального и горизонтального геостатического давления, порового давления, деформаций, объемного сжатия или осадки поверхности, а также для расчета внутренних усилий в стене в грунте по длине (высоте) и т.д.).
- **установившийся поток**: предполагает нулевые изменения степени водонасыщения во времени, отдельные этапы проектирования полностью независимы от остальных (в отличие от неуставившегося потока).
- **неустановившийся поток**: этот расчетный модуль позволяет учесть развитие порового давления (полного напора) и текущей степени водонасыщения во времени. В этом случае методология расчета близка к модулю "Напряжения".
- **устойчивость откоса**: в процессе расчета, программа понижает входные значения угла внутреннего трения ϕ_{ef} и удельного сцепления c_{ef} и ищет начало разрушения, связанное с развитием области локальных пластических деформаций. В результате определяется коэффициент устойчивости, соответствующий классическим методам расчета устойчивости откосов. Определение модели и входные параметры в этом режиме полностью совпадают с модулем "Напряжения".
- **тоннели**: этот модуль предназначен для расчета подземной выработки (моделирование трехмерного влияния проходки тоннеля Ново-Австрийским методом) с учетом деградации балок, температурных нагрузок в балках, нагрузок вследствие набухания в определенных областях, а также просмотра результатов.



Окно "Параметры"

Программа GEO 5 - МКЭ предлагает возможность так называемой расширенной спецификации параметров, то есть позволяет задавать дополнительные входные параметры грунтов для отдельных моделей материалов с большей детализацией, разбивать смешанные сетки с многоузловыми элементами и визуализировать большое количество выходных переменных.

Примечание: стандартные параметры предполагают дренированные граничные условия. В этих случаях для расчета предполагается стабилизированное состояние, в котором деформации скелета грунта не вызывают развития порового давления. Напряжения имеют характер внешних нагрузок и не меняются в ходе расчета. В случае

недренированных условий, когда вся граница некоторой области является полностью непроницаемой, решается противоположная задача совместного развития деформаций скелета и порового давления в предположении, что все изменения происходят мгновенно и время не оказывает на них влияния.

Программа использует следующий метод определения начального напряженного состояния (1й этап возведения):

- **геостатическое напряжение**: стандартный метод расчета вертикального геостатического напряжения основан на следующей зависимости:

$$\sigma_z = \sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot h_i \text{ [кПа]}$$

где: γ_i - удельный вес грунта в i-м слое,

h_i - мощность i-го слоя.

- **процедура K_0** : используется в случаях, когда пользователю необходимо определить иное начальное боковое напряжение. Например, в переуплотненных грунтах фактическое боковое напряжение может быть значительно выше, чем в нормально уплотненных грунтах (более подробная информация в Справке – F1). Коэффициент бокового давления K_0 задается в качестве параметра грунта. Если данный параметр не задан, он определяется по формуле:

$$K_0 = \frac{\nu}{1 - \nu}$$

где: ν - коэффициент Пуассона.

Входные параметры грунта так же зависят от выбранной модели материала для расчета напряжений или потока. Наиболее важными входными параметрами при анализе напряжений являются модуль упругости E и коэффициент Пуассона ν (должны быть определены для всех моделей), а для нелинейных моделей угол внутреннего трения φ_{ef} и удельное сцепление c_{ef} . В программе принимается стабилизированное состояние после перераспределения порового давления, в связи с чем для дисперсных и скальных грунтов в расчете используются эффективные параметры сопротивления сдвигу (более подробная информация в Справке – F1).

Выбор модели материала и последующий ввод параметров грунта является одной из наиболее важных и в то же время сложных задач в численном моделировании сооружений. Модели материалов должны удовлетворительно описывать поведение дисперсного или скального грунта. Они могут быть разделены на две группы, **линейные и нелинейные** модели.

Примечание: верный выбор модели материала необходим для корректного описания реального поведения сооружения. Нелинейные модели пригодны для большинства сооружений (например, расчет шпунтового ограждения с использованием линейной модели приведет к совершенно нереалистичным результатам), но во многих случаях

использование линейных моделей оправданно и упрощает весь расчет. Упрощенный порядок моделирования задач с использованием МКЭ приведен в Справке - F1.

Линейные модели позволяют достаточно быстро, но не точно оценить реальное поведение материала. Они могут использоваться в случаях, когда нас интересуют напряжения или деформации грунтового массива, но не размер зоны предельного равновесия и форма возможной потери устойчивости. Они так же могут использоваться в случаях, когда местная потеря устойчивости не оказывает серьезного влияния на общую потерю устойчивости, но может привести к преждевременному прекращению расчета (более подробная информация в Справке – F1). Группа линейных моделей включает в себя:

- **упругую модель**: она использует связь между напряжениями и деформациями, определенную законом Гука (в пределах диапазона линейной упругости).

- **модифицированную упругую модель**: она позволяет учитывать в расчете разгрузку и повторное нагружение путем использования секущего модуля E_{def} и модуля разгрузки/повторного нагружения E_{ur} .

Тем не менее, если пользователю необходимо получить достоверное описание поведения грунтового массива или распределение областей потенциальной потери устойчивости, необходимо использовать нелинейные модели. Основные нелинейные модели могут быть разделены в свою очередь на две группы. Первая группа моделей основана на классическом условии прочности Кулона. Она включает в себя модели **Drucker-Prager**, **Mohr-Coulomb**, **Modified Mohr-Coulomb**. Использование этих моделей так же позволяет учитывать упрочнение или разупрочнение грунтов. Общей чертой данных моделей являются неограниченные упругие деформации при всестороннем (изотропном) сжатии (более подробная информация в Справке – F1).

Вторая группа моделей материалов, основанная на понятии критического состояния грунта, представлена моделями **Modified Cam-clay**, **Generalized Cam-clay** и **Hypoplastic clay**. Эти модели значительно лучше описывают нелинейную реакцию грунта на внешнюю нагрузку. Отдельные модели различаются не только параметрами, но также принятыми допущениями.

Граница между линейным (упругим) и нелинейным (пластическим) поведением материала определяется поверхностью пластичности. Математическое выражение для поверхности пластичности соответствует конкретное условие прочности (функция пластичности). Превышение этого условия ведет к развитию постоянных (необратимых) пластических деформаций.

Примечание: помимо основных параметров материала, используемых для линейных моделей, нелинейные модели требуют ввода параметров прочности грунта, необходимых для формулировки условий текучести. Начало развития пластических деформаций определяется величиной угла внутреннего трения ϕ и удельного сцепления c . Угол дилатансии ψ определяет величину пластической объемной деформации (более подробная информация в Справке – F1).

Выбор модели материала, пригодной для расчета геотехнических сооружений, в первую очередь определяется разновидностью дисперсной или скальной среды. В моделировании сложных задач с использованием метода конечных элементов выбор численной модели оказывает огромное влияние на ввод входных параметров и результаты расчета.

Работа с расчетной областью, пространством модели

Описание работы с отдельными расчетными областями подробно изложено в Справке к программе (F1). Для численного анализа методом конечных элементов следует указать так называемые *world coordinates* (задающие размер области, для которой проводится расчет), а в случае необходимости, особенно в расчетах устойчивости, определить достаточные размеры пространства (области взаимодействия) для получения значащих результатов.

Примечание: глубина модели и конечно-элементной сетки так же очень важна. Границу сетки можно представить в качестве несжимаемого основания. Если в конкретном геологическом разрезе не задано несжимаемое основание, можно предположить, что внутренние силы исчезнут на некотором расстоянии от точки приложения нагрузки или от места контакта сооружения и несжимаемого основания, в этом случае деформации развиваться не будут. Предполагается, что границы расчетной области решаемой задачи в дальнейшем определяются именно этим расстоянием (более подробная информация в Справке – F1).

Расчетная область может быть импортирована из других программ GEO 5 с помощью буфера обмена. Программа так же позволяет импорт и экспорт расчетных областей в формате *.dxf и их импорт в формате gINT. Для упрощения задания точек расчетной области (геометрии) может использоваться так называемый корректор интерфейса (более подробная информация в Справке – F1).

Создание сетки

Успешная генерация сетки является последним шагом в процессе задания топологии сооружения (границ между слоями грунта, линий сооружения, параметров дисперсных и скальных грунтов, контактов и т.д.). Отдельные этапы проектирования моделируются и рассчитываются последовательно. В процессе создания сетки программа автоматически генерирует *стандартные граничные условия*. Стандартные настройки для граничных условий включают в себя:

- шарнирная заделка в узлах сетки вдоль нижнего горизонтального края;
- скользящая заделка в узлах сетки вдоль левого и правого вертикальных краев.

Программа GEO 5 - МКЭ имеет встроенный *автоматический корректор заданной геометрии*. Это означает, что программа самостоятельно находит пересечения линий и все замкнутые области, и корректирует модель перед генерацией сетки конечных элементов (более подробная информация в Справке – F1).

Вновь образованные области могут быть в дальнейшем исключены из расчета, либо им могут быть присвоены новые материалы (грунты). Основные преимущества этой системы проявляются в первую очередь при расчетах тоннелей и связевых конструкций. Задание даже очень сложного сооружения становится простым и быстрым процессом (более подробная информация в Справке – F1).

Корректно сгенерированная сетка конечных элементов является основным условием получения результата расчета, отражающего реальное поведение сооружения. Программа GEO 5 - МКЭ содержит встроенный генератор сетки, который значительно упрощает эту задачу. Несмотря на это, необходимо придерживаться некоторых правил:

- чем мельче элементы сетки, тем точнее результат расчета. С другой стороны, расчет задачи проходит заметно медленнее. Следовательно, необходимо определить оптимальную плотность сетки. Это зависит как от опыта пользователя, так и от типа используемого конечного элемента.

- сетка элементов должна быть довольно мелкой, особенно в областях ожидаемого большого градиента напряжений (точечные опоры, острые углы, подземные выработки и т.д.). Необходимо выполнять измельчение сетки вокруг отдельных точек или линий. Радиус области измельчения должен в 3-5 раз превосходить размер центра этой области, и оба эти значения (радиус и размер) должны находиться в разумной пропорции с плотностью сетки для остальной области. Таким образом, обеспечивается плавный переход между областями с различной плотностью сетки.

Примечание: с отдельными линиями следует поступать аналогичным образом. В случае более сложных задач рекомендуется выполнять предварительный расчет с грубой сеткой элементов и, на основании результатов этого анализа, выполнять локальное увеличение плотности сетки (более подробная информация в Справке – F1).

По умолчанию программа использует шестиузловые треугольные элементы с автоматическим сглаживанием сетки (более подробная информация в Справке – F1).

Этапы проектирования

Когда топология сооружения определена и создана сетка конечных элементов, выполняется расчет отдельных этапов проектирования.

Этапы проектирования соответствуют постепенному возведению здания, их правильное определение и последовательность крайне важны. Расчет каждого этапа (за исключением расчетов устойчивости) основан на **результатах расчета предыдущего этапа**.

Информация об отдельных элементах конструкции и их свойствах сохраняется между этапами проектирования. В случаях первичного определения или внесения изменений в этапы проектирования применяется правило наследования свойств (более подробная информация в Справке – F1).

Первый этап проектирования (расчет начального геостатического напряжения) отражает исходное состояние массива перед началом строительства. По этой причине, результат расчета относится только к напряжениям в массиве дисперсного или скального грунта, но не к деформациям.

Примечание: принципиальная проблема расчета МКЭ обычно заключается в отсутствии сходимости отдельных этапов расчета. В случае если недоступны результаты расчета одного этапа, расчет последующих этапов не может быть выполнен. Для корректного моделирования разработчики программы предлагают следовать рекомендованному порядку моделирования процесса возведения (более подробная информация в Справке – F1).

Параметры расчета и их описание

В процессе расчета программа пытается итерационным путем получить решение, при котором выполняются условия равновесия массива при заданных граничных условиях. Процесс итераций и анализ сходимости отображается на экране (более подробная информация в Справке – F1).

Расчет может быть прерван в любое время; в этом случае будут доступны результаты расчета для последнего сошедшегося шага нагрузки. Верные результаты могут быть получены при достижении 100%. Тем не менее, возможны ситуации, когда расчет продолжается только до определенной процентной доли нагрузки, что означает, что программе не удалось получить верное решение и расчет не сходится (более подробная информация в Справке – F1). В этом случае есть возможность изменения параметров стандартного расчета либо внесения изменений в модель:

- увеличение жесткости конструкций;
- снижение приложенных нагрузок;
- уменьшение зоны разработки грунта;
- повышение характеристик грунта;
- изменение модели материала для грунтов в зонах пластичности;
- добавление усиливающих элементов балочного или стержневого типа;
- добавление граничных условий;
- изменение порядка итераций в параметрах расчета (например, увеличение числа итераций).

Примечание: отображение пластических деформаций, показывающих зоны предельного равновесия с последующим развитием поверхностей скольжения может помочь выявить причины, по которым расчет не сходится (более подробная информация в Справке – F1).

Программа предлагает стандартный набор параметров, обеспечивающих достаточную точность и скорость расчета. Тем не менее, опытный пользователь может изменять некоторые параметры и проверять их влияние на точность результата (более подробная информация в Справке – F1).

Примечание: разработчики программы рекомендуют с крайней осторожностью относиться к любым изменениям параметров расчета и вносить их после глубокого изучения проблемы. Неверный выбор параметров может не только сделать ошибочным процесс итерационного решения и значительно замедлить расчет, но и привести к неверным результатам (более подробная информация в Справке – F1).

В окне "Настройки" на этапе расчета могут быть изменены следующие параметры:

- **метод решения (и его настройки):** метод Ньютона-Рафсона (NRM);
метод длины дуги (ALM).
- **матрица жесткости:** метод начальных напряжений; полный или модифицированный NRM.
- **первый шаг расчета:** соотношение между нагрузкой на отдельном шаге нагружения и заданной полной нагрузкой (стандартное значение - 25% от полной нагрузки).
- **максимальное число итераций:** для достижения равновесия в пределах заданного приращения нагрузки.
- **критерий сходимости:** допустимая величина ошибки (длины вектора) для перемещений, неуравновешенных сил и внутренней энергии.
- **метод поиска линии:** определение весового коэффициента η для выполнения условия равновесия, приводящее к ускорению или замедлению процесса расчета.
- **пластичность:** допустимая величина ошибки возврата к поверхности текучести, выражающая точность проверки выполнения условия текучести.

Примечание: отдельные параметры расчета, включая базовые уравнения условий равновесия или текучести, подробно описаны в Справке к программе (более подробная информация в Справке – F1).

Отображение и интерпретация результатов

Отображение и интерпретация результатов являются одной из важнейших частей программы. GEO 5 - МКЭ предлагает несколько основных способов графического вывода:

- отображение деформированного сооружения;

- плоское отображение величин в массиве грунта (есть возможность отображения полных значений или их приращений относительно предыдущего этапа проектирования)
- отображение внутренних усилий в балках и на контактах;
- отображение усилий в анкерах и реакция опор;
- отображение мульды оседания;
- отображение наклонных поперечных сечений или векторов и направление величин.

Примечание: программа использует конкретную координатную систему для отображения результатов. Все выведенные данные и выбранные результаты могут быть выведены в виде протокола расчета (более подробная информация в Справке – F1).

Некоторые результаты не могут быть наглядно и доступно представлены одновременно. Так, например, нельзя отобразить деформированное сооружения и, в то же время, распределение внутренних усилий в балке, всегда следует выбирать только один вариант. Программа выведет предупреждение внизу диалогового окна в случае задания неприемлемых комбинаций результатов для вывода.

Программа предоставляет возможность задания произвольного числа *мониторов точек* и *мониторов линий* в любой части сооружения или вне его. **Мониторы** выполняют несколько функций:

- визуализируют величины в конкретной точке (монитор точки),
- визуализируют величину расхождения на расстоянии между двумя точками по сравнению с предыдущим этапом проектирования $d [N]$, или с начальной фазой, где N это номер этапа проектирования (монитор линии).

Список глав, относящихся к МКЭ

- Глава 20: Метод конечных элементов (МКЭ) - введение.
- Глава 21: Расчет осадки поверхности.
- Глава 22: Осадка основания круглого хранилища.
- Глава 23: Расчет обделки коллектора.
- Глава 24: Численный расчет шпунтового ограждения.
- Глава 25: Расчет устойчивости откоса.
- Глава 26: Численное моделирование проходки тоннеля Ново-Австрийским методом.
- Глава 32: Расчет установившейся фильтрации - грунтовая дамба.
- Глава 33: Расчет переменного потока - грунтовая дамба.

- Глава 34: Упругие области (области без пластичности).
- Глава 35: Области без снижения прочности (МКЭ расчет устойчивости откоса).